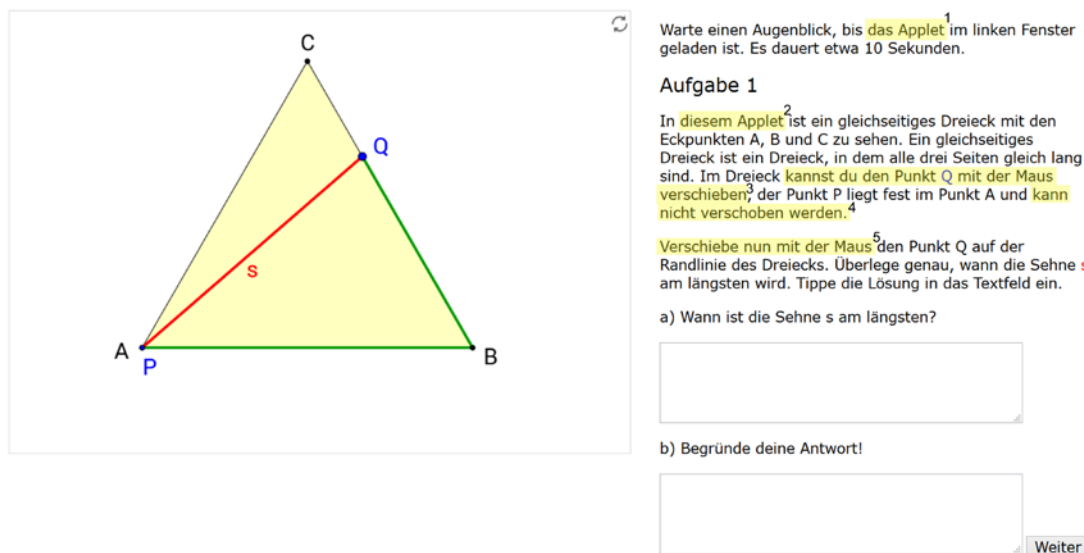


Supplementary Material 1: Learning Environment

The intervention of the experiment was designed as an HTML-based self-learning environment. There were three experimental variations of the learning environment. An interactive GeoGebra applet was loaded into the left frame of the HTML page in the interactive dynamic visualization group. The point Q could be moved with the mouse. In the linear dynamic visualization group, a play button was displayed below the applet, in which point Q ran once through the edge line of the triangle with constant speed. The linear dynamic visualization could be started repeatedly. The same illustration was used in the third experimental group with the static representation, but point Q was fixed and could not be moved. The textual parts that varied between the experimental groups are highlighted yellow in the following screenshots.

Screenshot of task 1 in the interactive dynamic visualization group



Warte einen Augenblick, bis das Applet¹ im linken Fenster geladen ist. Es dauert etwa 10 Sekunden.

Aufgabe 1

In diesem Applet² ist ein gleichseitiges Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C zu sehen. Ein gleichseitiges Dreieck ist ein Dreieck, in dem alle drei Seiten gleich lang sind. Im Dreieck kannst du den Punkt Q mit der Maus verschieben³, der Punkt P liegt fest im Punkt A und kann nicht verschoben werden.⁴

Verschiebe nun mit der Maus⁵ den Punkt Q auf der Randlinie des Dreiecks. Überlege genau, wann die Sehne s am längsten wird. Tippe die Lösung in das Textfeld ein.

a) Wann ist die Sehne s am längsten?

b) Begründe deine Antwort!

Weiter

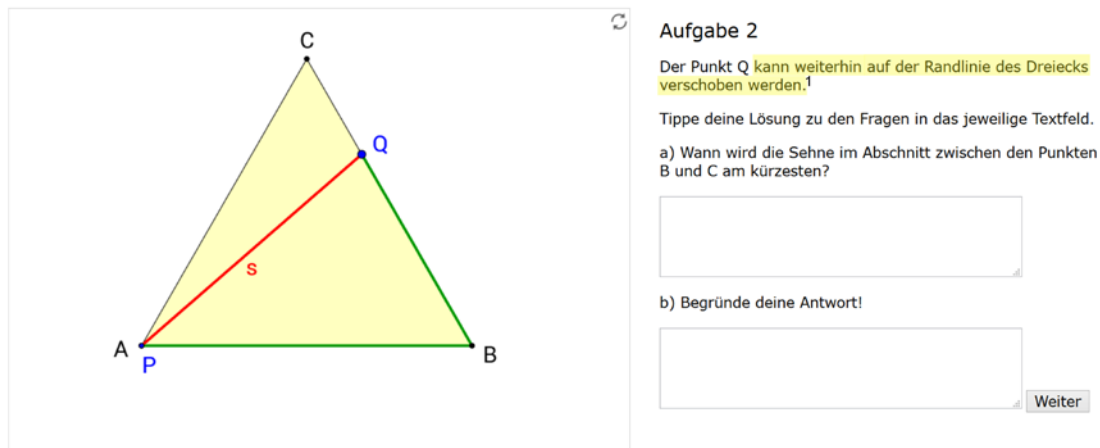
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

- ¹: die Animation
- ²: dieser Animation
- ³: verschiebt sich der Punkt Q in der Animation
- ⁴: wird nicht verschoben
- ⁵: Animiere nun durch Klick auf den Play-Knopf

Textual variation in the static representation group:

- ¹: die Grafik
- ²: dieser Grafik
- ³: soll der Punkt Q in Gedanken verschoben werden
- ⁴: soll nicht verschoben werden können
- ⁵: Verschiebe in Gedanken

Screenshot of task 2 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 2

Der Punkt Q kann weiterhin auf der Randlinie des Dreiecks verschoben werden.¹

Tippe deine Lösung zu den Fragen in das jeweilige Textfeld.

a) Wann wird die Sehne im Abschnitt zwischen den Punkten B und C am kürzesten?

b) Begründe deine Antwort!

Weiter

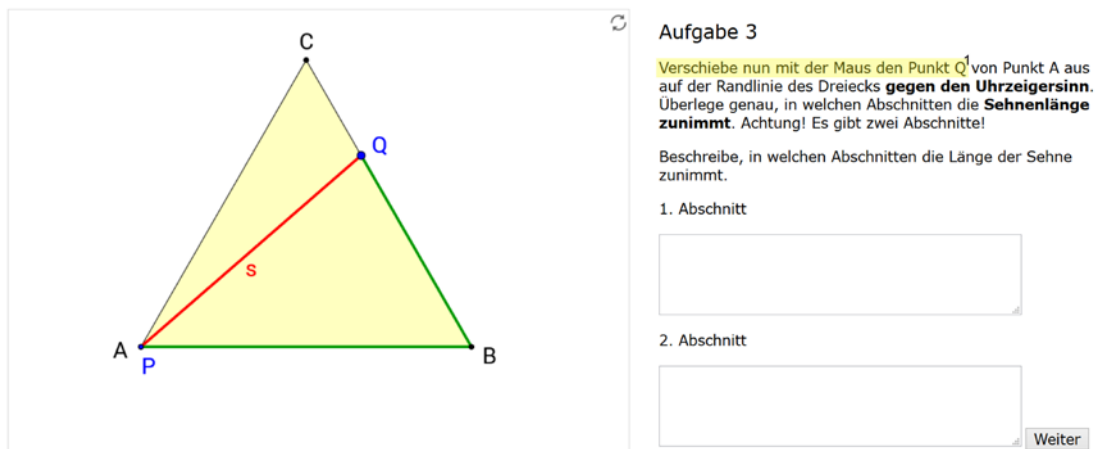
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: per Klick auf Play animiert werden

Textual variation in the static representation group:

¹: in Gedanken auf der Randlinie des Dreiecks verschoben werden

Screenshot of task 3 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 3

Verschiebe nun mit der Maus den Punkt Q¹ von Punkt A aus auf der Randlinie des Dreiecks gegen den Uhrzeigersinn. Überlege genau, in welchen Abschnitten die Sehnenlänge zunimmt. Achtung! Es gibt zwei Abschnitte!

Beschreibe, in welchen Abschnitten die Länge der Sehne zunimmt.

1. Abschnitt

2. Abschnitt

Weiter

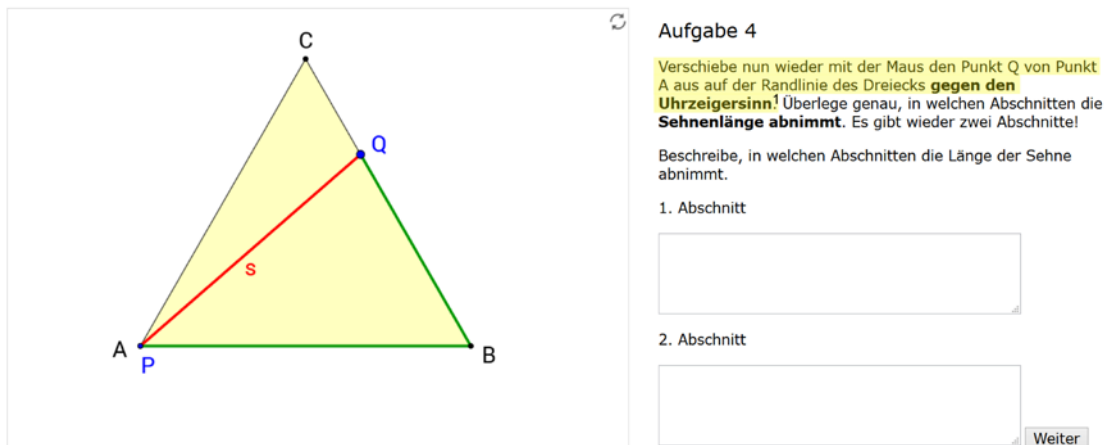
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: In der Animation bewegt sich der Punkt Q

Textual variation in the static representation group:

¹: Verschiebe nun in Gedanken den Punkt Q

Screenshot of task 4 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 4

Verschiebe nun wieder mit der Maus den Punkt Q von Punkt A aus auf der Randlinie des Dreiecks **gegen den Uhrzeigersinn**! Überlege genau, in welchen Abschnitten die **Sehnenlänge abnimmt**. Es gibt wieder zwei Abschnitte!

Beschreibe, in welchen Abschnitten die Länge der Sehne abnimmt.

1. Abschnitt

2. Abschnitt

Weiter

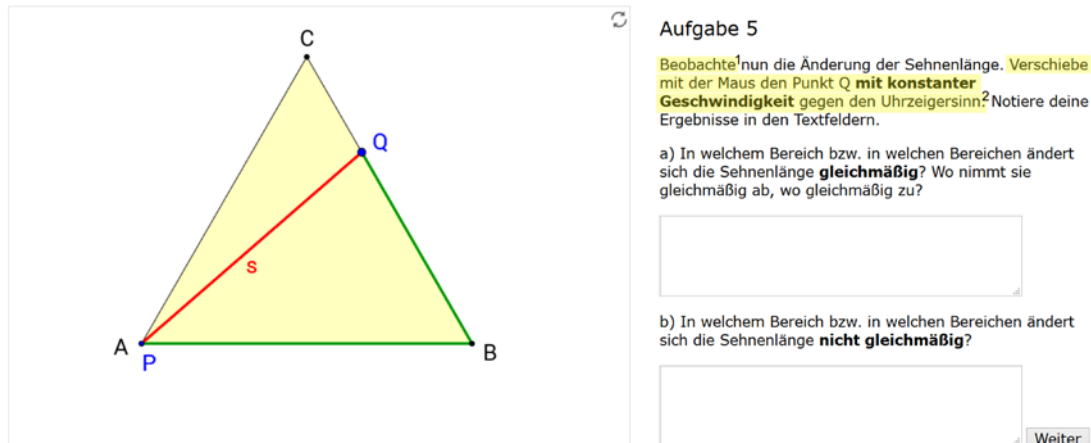
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: Animiere nun wieder mit Klick auf den Play-Button Punkt Q, damit er sich von Punkt A aus auf der Randlinie des Dreiecks **gegen den Uhrzeigersinn** bewegt.

Textual variation in the static representation group:

¹: Verschiebe nun wieder in Gedanken den Punkt Q von Punkt A aus auf der Randlinie des Dreiecks **gegen den Uhrzeigersinn**.

Screenshot of task 5 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 5

Beobachte¹ nun die Änderung der Sehnenlänge. Verschiebe mit der Maus den Punkt Q **mit konstanter Geschwindigkeit** gegen den Uhrzeigersinn.² Notiere deine Ergebnisse in den Textfeldern.

a) In welchem Bereich bzw. in welchen Bereichen ändert sich die Sehnenlänge **gleichmäßig**? Wo nimmt sie gleichmäßig ab, wo gleichmäßig zu?

b) In welchem Bereich bzw. in welchen Bereichen ändert sich die Sehnenlänge **nicht gleichmäßig**?

Weiter

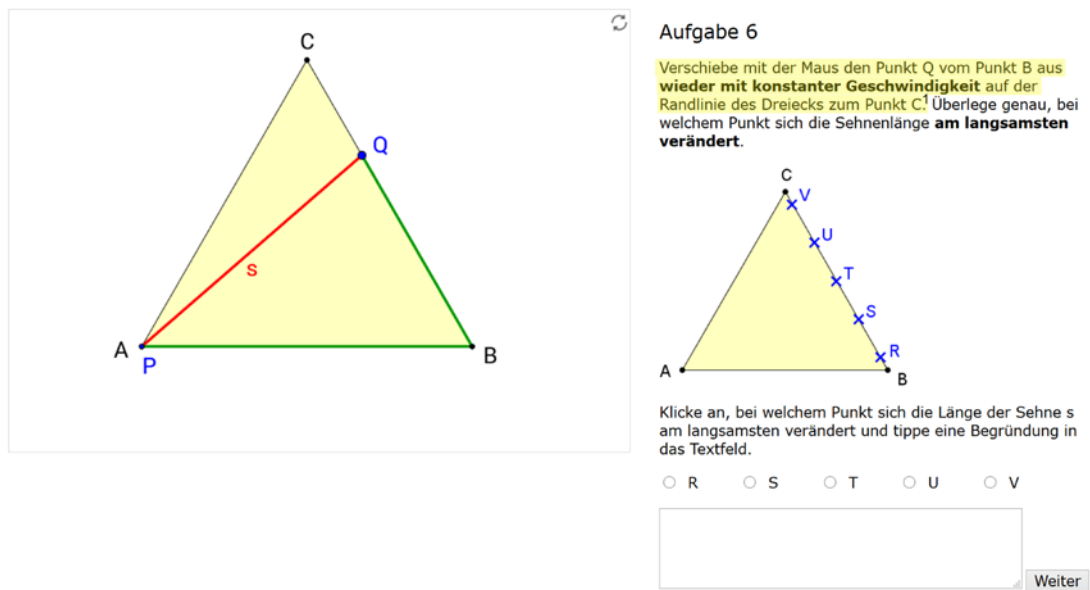
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: Klicke auf den Play-Knopf, damit sich der Punkt Q **mit konstanter Geschwindigkeit** gegen den Uhrzeigersinn bewegt.

Textual variation in the static representation group:

¹: Verschiebe in Gedanken den Punkt Q **mit konstanter Geschwindigkeit** gegen den Uhrzeigersinn.

Screenshot of task 6 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 6

Verschiebe mit der Maus den Punkt Q vom Punkt B aus **wieder mit konstanter Geschwindigkeit** auf der Randlinie des Dreiecks zum Punkt C¹. Überlege genau, bei welchem Punkt sich die Sehnenlänge **am langsamsten** verändert.

Klicke an, bei welchem Punkt sich die Länge der Sehne s am langsamsten verändert und tippe eine Begründung in das Textfeld.

☐ R ☐ S ☐ T ☐ U ☐ V

Weiter

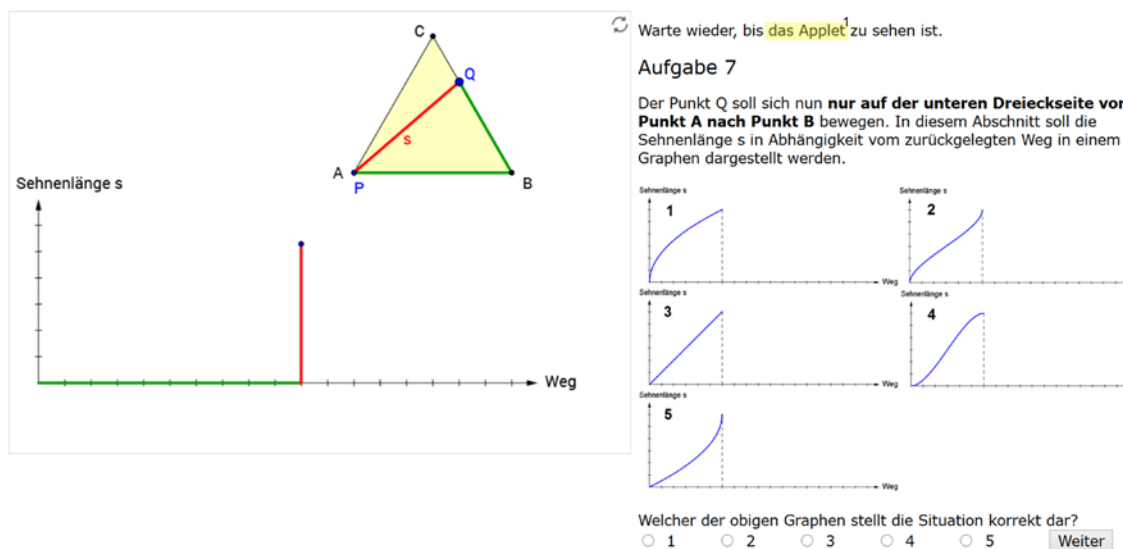
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: Klicke wieder auf den Play-Button, damit sich der Punkt Q vom Punkt B aus **wieder mit konstanter Geschwindigkeit** auf der Randlinie des Dreiecks zum Punkt C bewegt.

Textual variation in the static representation group:

¹: Verschiebe in Gedanken den Punkt Q vom Punkt B aus **wieder mit konstanter Geschwindigkeit** auf der Randlinie des Dreiecks zum Punkt C.

Screenshot of task 7 in the interactive dynamic visualization group



Warte wieder, bis das Applet¹ zu sehen ist.

Aufgabe 7

Der Punkt Q soll sich nun **nur auf der unteren Dreiecksseite von Punkt A nach Punkt B** bewegen. In diesem Abschnitt soll die Sehnenlänge s in Abhängigkeit vom zurückgelegten Weg in einem Graphen dargestellt werden.

Welcher der obigen Graphen stellt die Situation korrekt dar?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5

Weiter

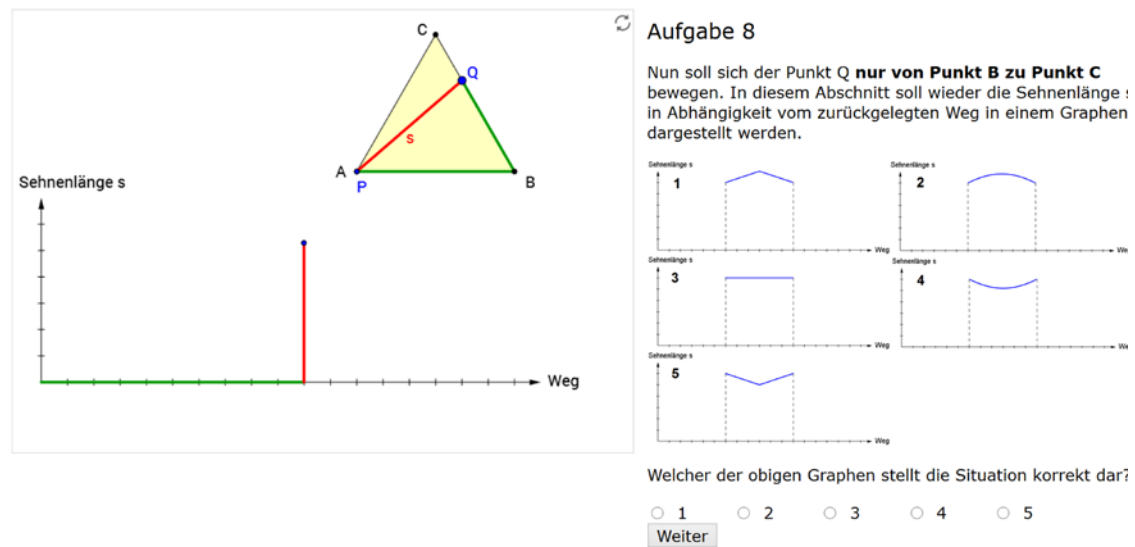
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

Textual variation in the static representation group:

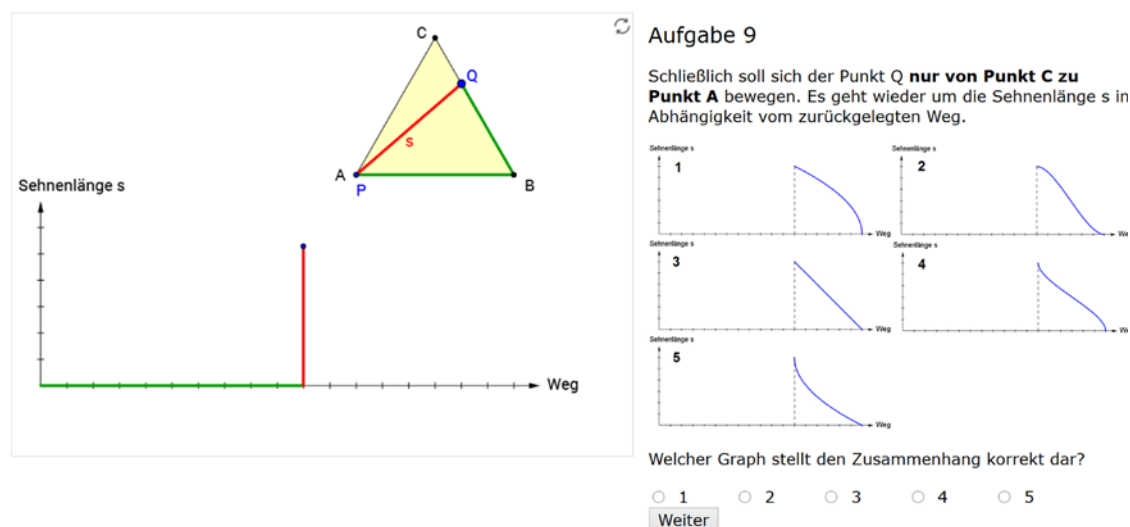
¹: die Grafik

Screenshot of task 8 in the interactive dynamic visualization group



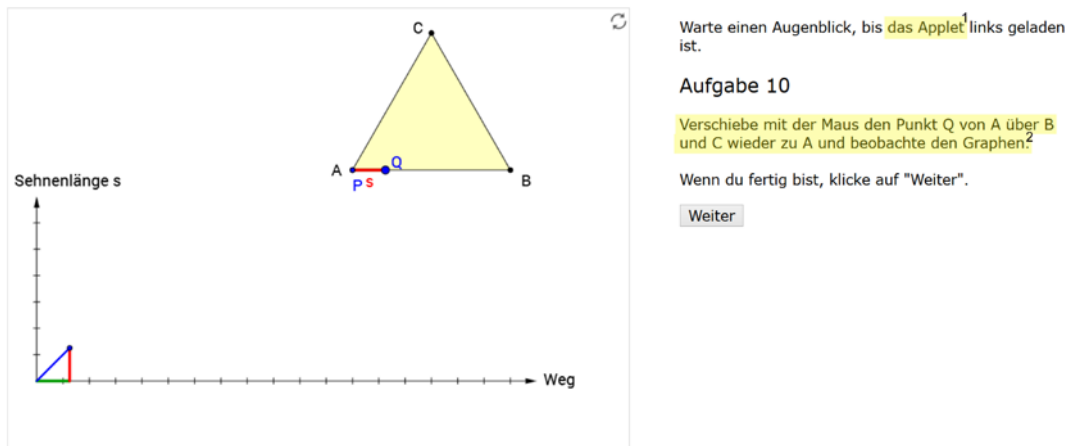
No textual variation in the linear dynamic visualization group and the static representation group

Screenshot of task 9 in the interactive dynamic visualization group



No textual variation in the linear dynamic visualization group and the static representation group

Screenshot of task 10 in the interactive dynamic visualization group



Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

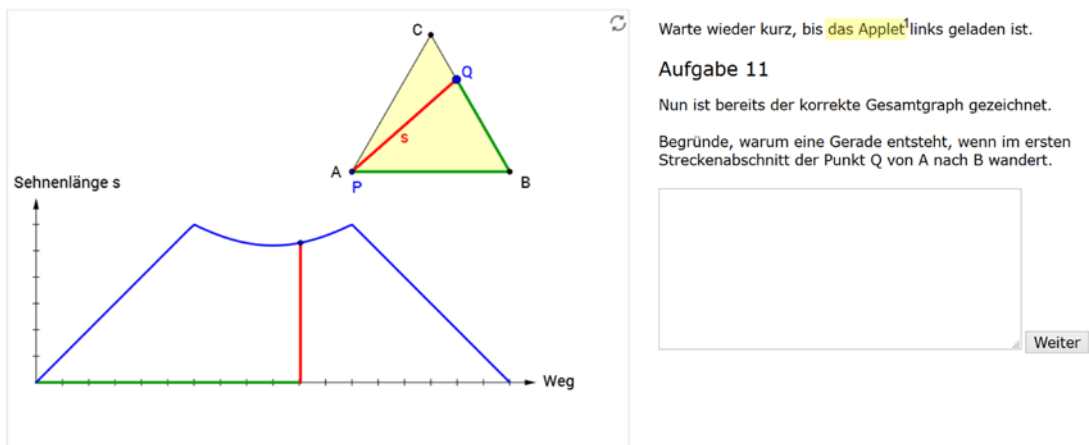
²: Starte die Animation von Punkt Q, der von A über B und C wieder zu A wandert, und beobachte den Graphen.

Textual variation in the static representation group:

¹: die Grafik

²: Verschiebe in Gedanken den Punkt Q von A über B und C wieder zu A und stelle dir den Graphen vor.

Screenshot of task 11 in the interactive dynamic visualization group



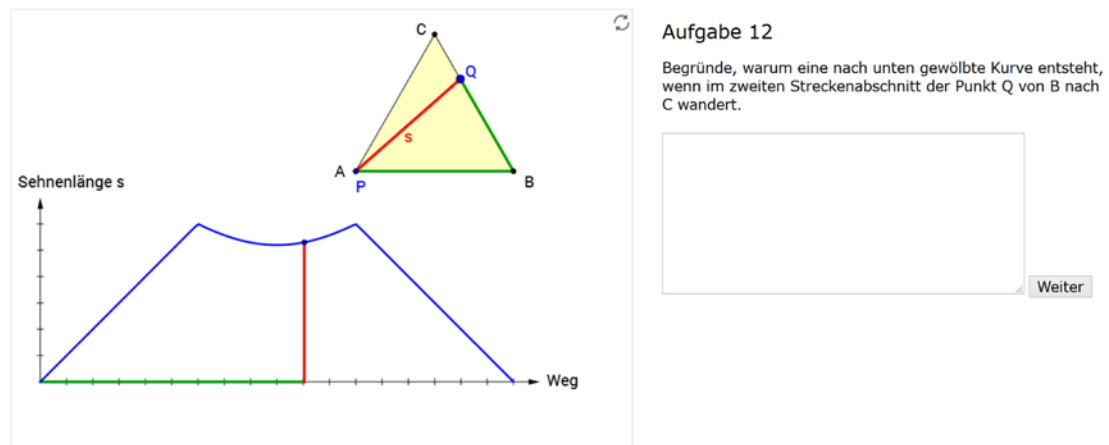
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

Textual variation in the static representation group:

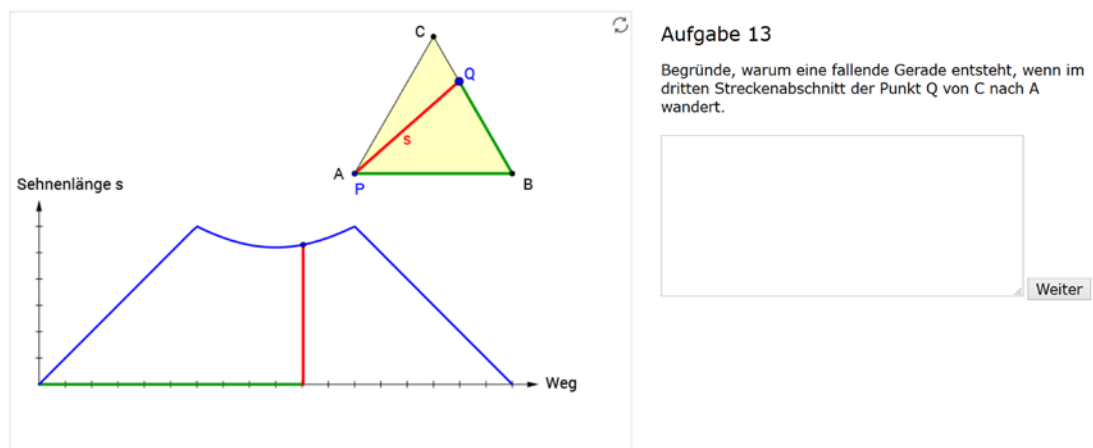
¹: die Grafik

Screenshot of task 12 in the interactive dynamic visualization group



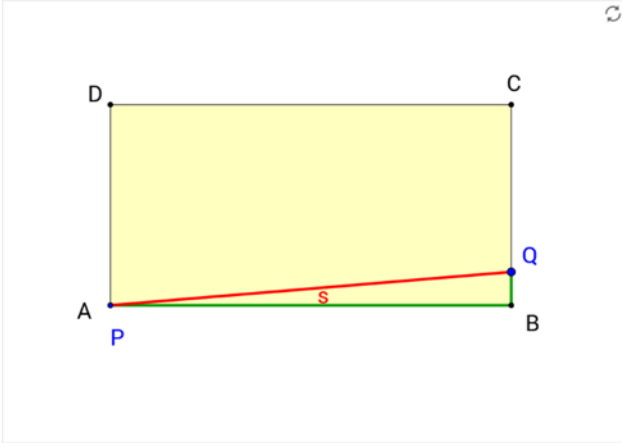
No textual variation in the linear dynamic visualization group and the static representation group

Screenshot of task 13 in the interactive dynamic visualization group



No textual variation in the linear dynamic visualization group and the static representation group

Screenshot of task 14 in the interactive dynamic visualization group



Warte einen Augenblick, bis das neue Applet¹ im linken Fenster geladen ist.

Aufgabe 14

In diesem Applet² ist ein Rechteck mit den Eckpunkten A, B, C und D zu sehen. Im Rechteck kannst du wieder den Punkt Q mit der Maus verschieben³. Der Punkt P liegt fest im Punkt A und kann nicht verschoben werden⁴.

Verschiebe nun mit der Maus⁵ den Punkt Q auf der Randlinie des Rechtecks und überlege genau, wann die Sehne s am längsten wird. Tippe die Lösung in das Textfeld ein.

a) Wann ist die Sehne s am längsten?

b) Begründe deine Antwort!

Weiter

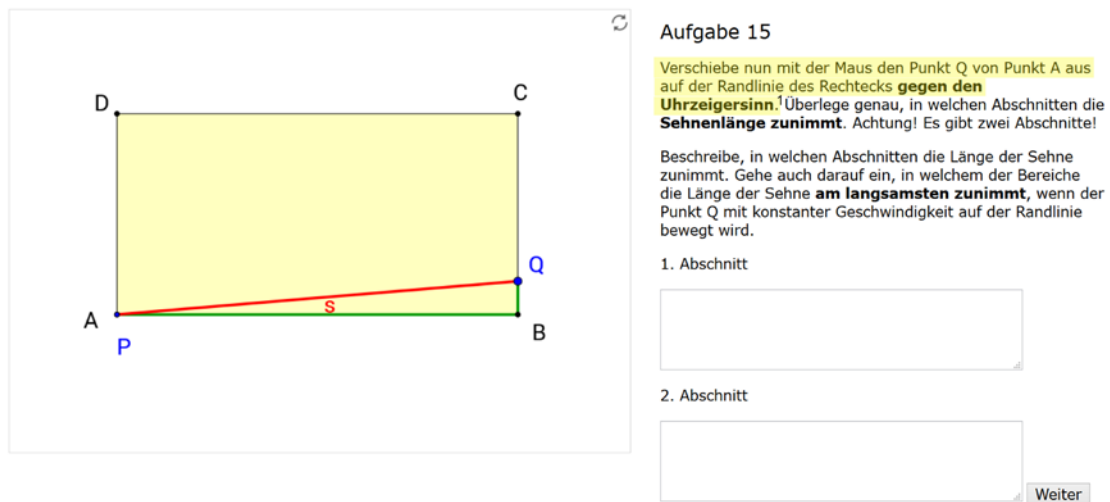
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

- ¹: die neue Animation
- ²: In dieser Animation
- ³: wird wieder der Punkt Q durch Klick auf den Play-Knopf verschoben
- ⁴: wird nicht verschoben
- ⁵: Animiere nun durch Klick auf den Play-Knopf

Textual variation in the static representation group:

- ¹: die neue Grafik
- ²: In dieser Grafik
- ³: sollst du wieder den Punkt Q in Gedanken verschieben
- ⁴: soll nicht verschoben werden
- ⁵: Verschiebe nun in Gedanken

Screenshot of task 15 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 15

Verschiebe nun mit der Maus den Punkt Q von Punkt A aus auf der Randlinie des Rechtecks **gegen den Uhrzeigersinn**.¹ Überlege genau, in welchen Abschnitten die **Sehnenlänge zunimmt**. Achtung! Es gibt zwei Abschnitte!

Beschreibe, in welchen Abschnitten die Länge der Sehne zunimmt. Gehe auch darauf ein, in welchem der Bereiche die Länge der Sehne **am langsamsten zunimmt**, wenn der Punkt Q mit konstanter Geschwindigkeit auf der Randlinie bewegt wird.

1. Abschnitt

2. Abschnitt

Weiter

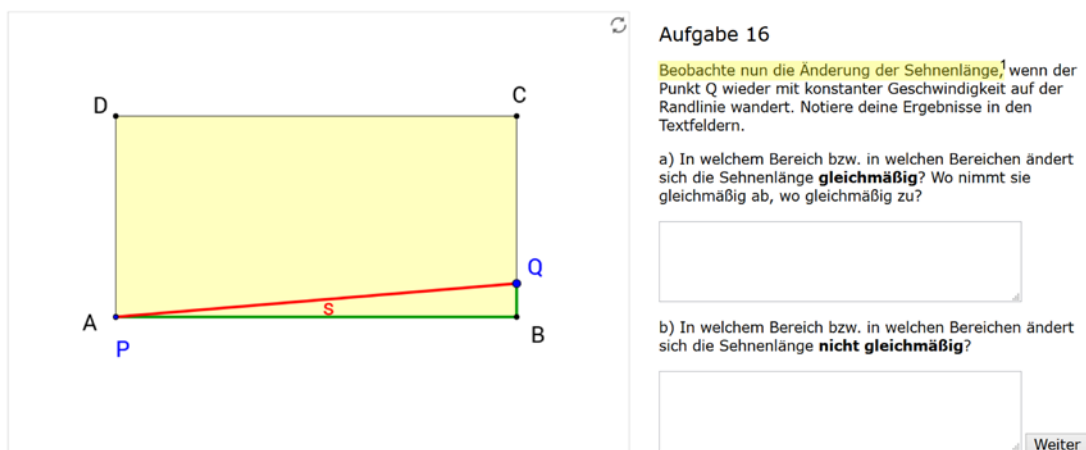
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: Klicke auf den Play-Knopf, damit sich der Punkt Q von Punkt A aus auf der Randlinie des Rechtecks **gegen den Uhrzeigersinn** verschiebt.

Textual variation in the static representation group:

¹: Verschiebe nun in Gedanken den Punkt Q von Punkt A aus auf der Randlinie des Rechtecks **gegen den Uhrzeigersinn**.

Screenshot of task 16 in the interactive dynamic visualization group



Aufgabe 16

Beobachte nun die Änderung der Sehnenlänge,¹ wenn der Punkt Q wieder mit konstanter Geschwindigkeit auf der Randlinie wandert. Notiere deine Ergebnisse in den Textfeldern.

a) In welchem Bereich bzw. in welchen Bereichen ändert sich die Sehnenlänge **gleichmäßig**? Wo nimmt sie gleichmäßig ab, wo gleichmäßig zu?

b) In welchem Bereich bzw. in welchen Bereichen ändert sich die Sehnenlänge **nicht gleichmäßig**?

Weiter

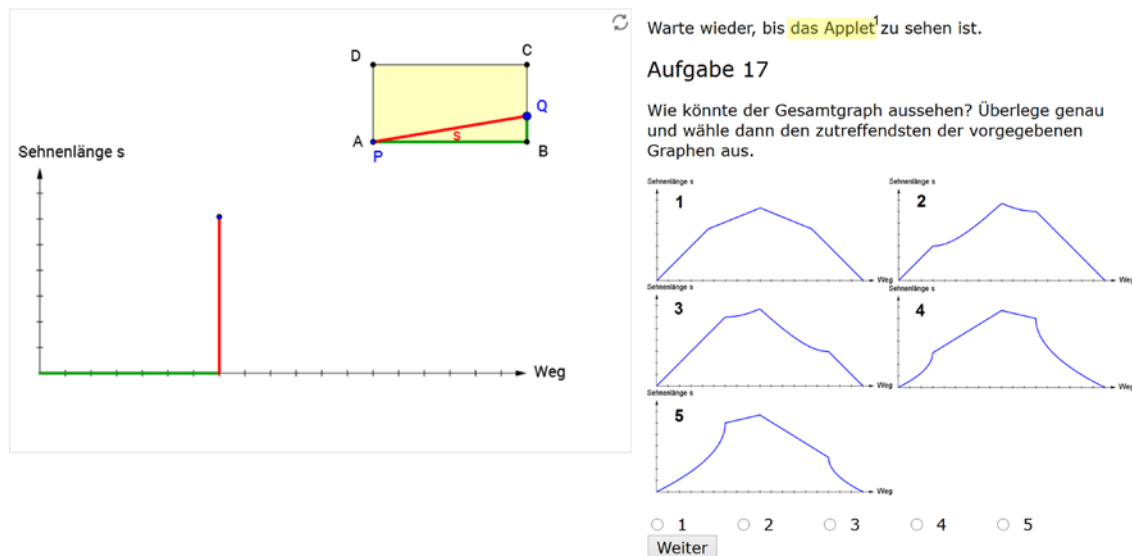
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: Beobachte nun die Änderung der Sehnenlänge

Textual variation in the static representation group:

¹: Nun geht es um die Änderung der Sehnenlänge

Screenshot of task 17 in the interactive dynamic visualization group



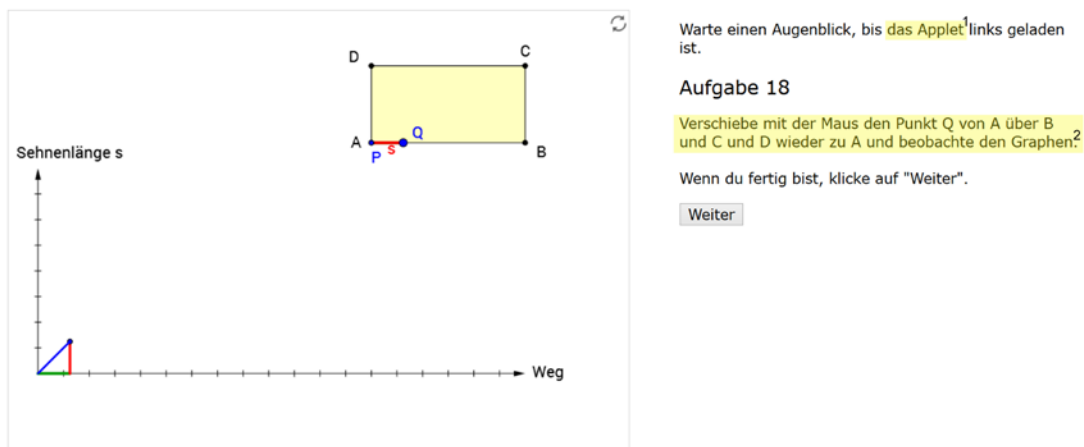
Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

Textual variation in the static representation group:

¹: die Grafik

Screenshot of task 18 in the interactive dynamic visualization group



Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

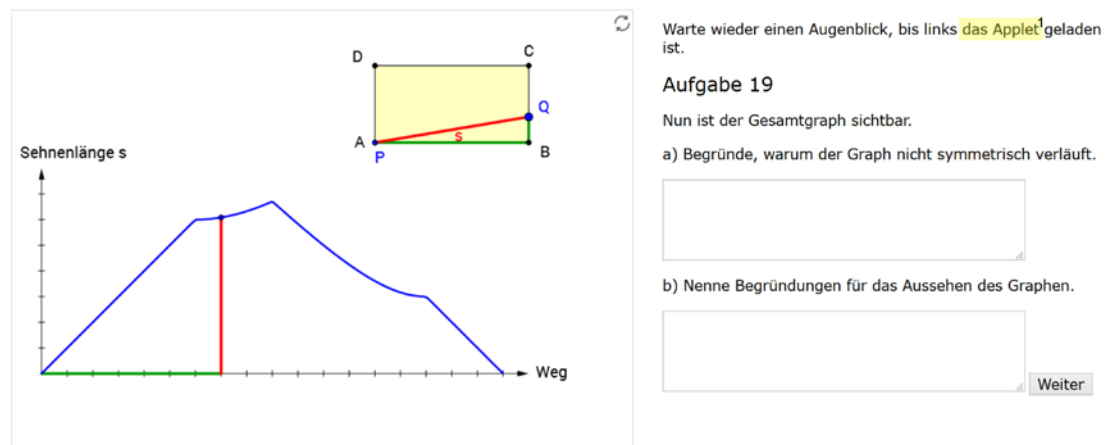
²: Animiere durch Klick auf den Play-Knopf den Punkt Q, damit er sich von Punkt A über B und C und D wieder zu A verschiebt und beobachte den Graphen.

Textual variation in the static representation group:

¹: die Grafik

²: Verschiebe in Gedanken den Punkt Q von A über B und C und D wieder zu A und stelle dir den Graphen vor.

Screenshot of task 19 in the interactive dynamic visualization group



Textual variation in the linear dynamic visualization group:

¹: die Animation

Textual variation in the static representation group:

¹: die Grafik

(Source: Rolfes, T. (2018). *Funktionales Denken: Empirische Ergebnisse zum Einfluss von statischen und dynamischen Repräsentationen*. Anhang. Landau: Autor.

<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.26605.64485>)